



ΙΠ



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ
ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΓΕΝΙΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ
Π/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ, ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ
ΚΑΙ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΤΜΗΜΑ Α'

Ταχ. Δ/νση: Ανδρέα Παπανδρέου 37
Τ.Κ. – Πόλη: 15180 Μαρούσι
Ιστοσελίδα: www.minedu.gov.gr
Πληροφορίες: Αν. Πασχαλίδου
Τηλέφωνο: 210-3443422

ΠΡΟΣ:

Βαθμός Ασφαλείας:
Να διατηρηθεί μέχρι:
Βαθ. Προτεραιότητας:

Αθήνα, 15-09-2016
Αρ. Πρωτ. 149987/Δ2

Περιφερειακές Δ/νσεις Εκπ/σης
Σχολ. Συμβούλους Δ.Ε. (μέσω των
Περιφερειακών Δ/νσεων Εκπ/σης)
Δ/νσεις Δ/θμιας Εκπ/σης
Γυμνάσια (μέσω των Δ/νσεων
Δ/θμιας Εκπ/σης)

KOIN.:

Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής
Πολιτικής
Αν. Τσόχα 36
11521 Αθήνα

ΘΕΜΑ: Οδηγίες για τη διδασκαλία των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο για το σχολ. έτος 2016 – 2017

Μετά από σχετική εισήγηση του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής (πράξη 35/2016 του Δ.Σ) σας αποστέλλουμε τις παρακάτω οδηγίες για τη διδασκαλία των **Μαθηματικών** στις Α', Β', Γ' τάξεις Ημερησίου και Εσπερινού Γυμνασίου για το σχολικό έτος 2016-2017:

ΔΙΔΑΚΤΕΑ ΥΛΗ-ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Μαθηματικά Α' Τάξης Γυμνασίου

I. Διδακτέα ύλη

Από το βιβλίο «Μαθηματικά Α' Γυμνασίου» των Ιωάννη Βανδουλάκη, Χαράλαμπου Καλλιγά, Νικηφόρου Μαρκάκη, Σπύρου Φερεντίνου.

ΜΕΡΟΣ Α'

Κεφ. 1^ο: Οι φυσικοί αριθμοί

- 1.4 Ευκλείδεια διαιρεση – Διαιρετότητα
- 1.5 Χαρακτήρες διαιρετότητας – Μ.Κ.Δ. – Ε.Κ.Π. – Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

Κεφ. 2^ο: Τα κλάσματα

- 2.1 Η έννοια του κλάσματος
- 2.2 Ισοδύναμα κλάσματα
- 2.3 Σύγκριση κλασμάτων
- 2.4 Πρόσθεση και Αφαίρεση κλασμάτων
- 2.5 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων
- 2.6 Διαιρεση κλασμάτων

Κεφ. 3ο: Δεκαδικοί αριθμοί

- 3.1 Δεκαδικά κλάσματα, Δεκαδικοί αριθμοί, Διάταξη δεκαδικών αριθμών, Στρογγυλοποίηση
- 3.3 Υπολογισμοί με τη βοήθεια υπολογιστή τσέπης

Κεφ. 4ο: Εξισώσεις και προβλήματα

- 4.1 Η έννοια της εξισωσης – Οι εξισώσεις: $\alpha x \beta$, $x \alpha\beta$, $\alpha x \beta$, $\alpha x \beta$, $\alpha x \beta$ και $x \alpha\beta$ (χωρίς τις έννοιες της ταυτότητας και της αδύνατης εξισωσης).

Κεφ. 5ο: Ποσοστά

- 5.1 Ποσοστά
- 5.2 Προβλήματα με ποσοστά

Κεφ. 7ο: Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί

- 7.1 Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) – Η ευθεία των ρητών – Τετμημένη σημείου
- 7.2 Απόλυτη τιμή ρητού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών
- 7.3 Πρόσθεση ρητών αριθμών
- 7.4 Αφαίρεση ρητών αριθμών
- 7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών
- 7.6 Διαιρέση ρητών αριθμών
- 7.7 Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών
- 7.8 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό

ΜΕΡΟΣ Β'

Κεφ. 1ο:Βασικές γεωμετρικές έννοιες

- 1.1 Σημείο – Ευθύγραμμο τμήμα – Ευθεία – Ήμιευθεία – Επίπεδο – Ήμιεπίπεδο
- 1.2 Γωνία – Γραμμή – Επίπεδα σχήματα – Ευθύγραμμα σχήματα – Ίσα σχήματα
- 1.3 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων – Απόσταση σημείων – Μέσο ευθυγράμμου τμήματος
- 1.4 Πρόσθεση και αφαίρεση ευθυγράμμων τμημάτων
- 1.5 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών – Διχοτόμος γωνίας
- 1.6 Είδη γωνιών – Κάθετες ευθείες
- 1.7 Εφεξής και διαδοχικές γωνίες – Άθροισμα γωνιών
- 1.8 Παραπληρωματικές και Συμπληρωματικές γωνίες – Κατακορυφήν γωνίες
- 1.9 Θέσεις ευθειών στο επίπεδο
- 1.10 Απόσταση σημείου από ευθεία – Απόσταση παραλλήλων
- 1.11 Κύκλος και στοιχεία του κύκλου
- 1.13 Θέσεις ευθείας και κύκλου

Κεφ. 2ο: Συμμετρία

- 2.1 Συμμετρία ως προς άξονα
- 2.2 Άξονας συμμετρίας
- 2.3 Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος
- 2.4 Συμμετρία ως προς σημείο
- 2.5 Κέντρο συμμετρίας
- 2.6 Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία άλλη ευθεία

Κεφ. 3ο: Τρίγωνα – Παραλληλόγραμμα – Τραπέζια

- 3.1 Στοιχεία τριγώνου – Είδη τριγώνων
- 3.2 Άθροισμα γωνιών τριγώνου – Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου
- 3.3 Παραλληλόγραμμο – Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο – Τραπέζιο – Ισοσκελές τραπέζιο
- 3.4 Ιδιότητες Παραλληλογράμμου – Ορθογωνίου – Ρόμβου – Τετραγώνου – Τραπεζίου – Ισοσκελούς τραπεζίου

II. Διαχείριση Διδακτέας ύλης

Οι παρακάτω οδηγίες έχουν στόχο να παρουσιάσουν κάποιες σημαντικές πλευρές για κάθε ενότητα και έτσι να υποστηρίξουν τον εκπαιδευτικό ώστε να σχεδιάσει τη διδασκαλία του και να επιλέξει υλικό. Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κλπ. Οι δραστηριότητες που περιέχονται είναι ενδεικτικές και προέρχονται από το πρόγραμμα σπουδών για το γυμνάσιο και τον οδηγό του εκπαιδευτικού τα οποία είναι συμπληρωματικά προς τα ισχύοντα και μπορούν να ανακτηθούν από τον ιστότοπο του ψηφιακού σχολείου (<http://ebooks.edu.gr/new/ps.php>).

ΜΕΡΟΣ Α'

Κεφάλαια 1ο, 2ο, 3ο (Φυσικοί αριθμοί, Κλάσματα, Δεκαδικοί)

Στο Δημοτικό έχουν διδαχθεί τόσο οι έννοιες όσο και οι διαδικασίες που αναφέρονται στα κεφάλαια αυτά. Έτσι, η διδασκαλία στην Α' Γυμνασίου πρέπει να έχει δύο στόχους:

1. Την επανάληψη – υπενθύμιση εννοιών και διαδικασιών και
2. Την εμβάθυνση σε κάποιες πλευρές που κρίνονται σημαντικές για την περαιτέρω ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών.

Πιο συγκεκριμένα πρέπει να έχει ως στόχους:

- ✓ Την αντιμετώπιση εμποδίων και δυσκολιών που συναντούν οι μαθητές (π.χ. το γινόμενο δύο αριθμών είναι πάντα μεγαλύτερο από τους παράγοντές του, οι δεκαδικοί αριθμοί είναι άλλο είδος αριθμών απ' ό,τι τα κλάσματα).
- ✓ Την ανάπτυξη των ικανοτήτων των μαθητών να χρησιμοποιούν αναπαραστάσεις και να μεταβαίνουν από το ένα είδος στο άλλο (π.χ. αναπαράσταση στην ευθεία των αριθμών, οι γεωμετρικές αναπαραστάσεις των κλασμάτων, οι δεκαδικοί και τα δεκαδικά κλάσματα ως διαφορετικές αναπαραστάσεις των ίδιων αριθμών).
- ✓ Την εμβάθυνση σε ιδιότητες των πράξεων και αλγορίθμικών διαδικασιών που υποστηρίζουν τη μετάβαση από την αριθμητική στην Άλγεβρα (π.χ. επιμεριστική και αντιμεταθετική ιδιότητα, η αφαίρεση ως αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης κτλ.).
- ✓ Την εισαγωγή αλγεβρικών συμβόλων και τη νοηματοδότησή τους μέσα από την ανάγκη διατύπωσης σχέσεων και ιδιοτήτων (π.χ. ιδιότητες πράξεων), από την ανάγκη περιγραφής προβλημάτων ή ποσοτήτων που είναι λεκτικά διατυπωμένες (π.χ. άσκηση 1 της §4.1), από την παραγωγή αλγεβρικών εκφράσεων που περιγράφουν γεωμετρικά ή αριθμητικά μοτίβα (π.χ. άσκηση 15 της §4.1).

Με βάση τα παραπάνω, προτείνεται να αφιερωθούν 20 ώρες για τα τρία πρώτα κεφάλαια. Εξάλλου, οι μαθητές θα έχουν και στο 7ο κεφάλαιο την ευκαιρία να ασχοληθούν με τις πράξεις και να βελτιώσουν την ευχέρειά τους σε αυτές. Η ενασχόληση με τα τρία πρώτα κεφάλαια για μεγάλο διάστημα δεν εξασφαλίζει την αντιμετώπιση των δυσκολιών.

Κεφάλαιο 1^ο (Να διατεθούν 7 ώρες)

Θα διδαχθούν οι §1.4 και §1.5. Να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- ✓ Ταυτότητα της Ευκλείδειας Διαιρέσης και χρήση των εννοιών «διαιρεί», «πολλαπλάσιο».
- ✓ Κριτήρια διαιρετότητας, ανάλυση ενός αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και εύρεση Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ.
- ✓ Λεκτικά προβλήματα που υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Ο Αντρέας παίζει ποδόσφαιρο κάθε 4 ημέρες, ο Μιχάλης κάθε 5 ημέρες και ο Μαρίνος κάθε 8 ημέρες. Αν σήμερα παίζουν ποδόσφαιρο και οι τρεις μαζί, τότε να υπολογίσετε μετά από πόσες ημέρες θα συμβεί το ίδιο για δεύτερη φορά.

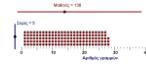
[Σχόλιο: Ο στόχος είναι η χρήση του ΕΚΠ σε ένα ρεαλιστικό πρόβλημα. Η επίλυση του προβλήματος από τους μαθητές μπορεί να στηρίζεται σε διαισθητικές προσεγγίσεις (πχ κάποιο σχήμα) ή σε εύρεση των πολλαπλασίων του 4, του 5 και το 8. Αυτές οι προσεγγίσεις μπορούν να αξιοποιηθούν για την ανάδειξη της έννοιας του ΕΚΠ]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Η δραστηριότητα στην §1.4 του σχολικού βιβλίου, μπορεί να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το δόμημα «Πειράματα με τη διάταξη μαθητών», στο Φωτόδεντρο:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14342>

Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους μαθητές ο εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.



Κεφάλαιο 2° (Να διατεθούν 9 ώρες)

Να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- ✓ Έννοια κλάσματος και οι διαφορετικές πτυχές της όπως μέρος του όλου, πηλίκο και λόγος (οι εισαγωγικές δραστηριότητες της §2.1, ασκήσεις 1, 2, 3, σελ. 36, δραστηριότητα 2, σελ. 37 και προβλήματα αναγωγής στη μονάδα).
- ✓ Ισοδύναμα κλάσματα και μετατροπές τους
- ✓ Σύγκριση κλασμάτων μέσα από διαφορετικούς τρόπους (μετατροπή σε ομώνυμα, χρήση γεωμετρικών αναπαραστάσεων, χρήση προσεγγιστικών μεθόδων π.χ. σύγκριση με τη μονάδα ή με ένα τρίτο αριθμό)
- ✓ Διαδικασίες που συνδέονται εμμέσως με την έννοια της πυκνότητας των ρητών (να επεκταθεί το παράδειγμα 4 στην §2.3 στην περίπτωση παρεμβολής περισσότερων του ενός κλασμάτων).
- ✓ Ανάγκη μετατροπής ετερώνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα στην περίπτωση της πρόσθεσης και αφαίρεσης, χρησιμοποιώντας ασκήσεις πράξεων απλών κλασμάτων με παρονομαστές μέχρι το 10.
- ✓ Έννοια των πράξεων στα κλάσματα και η εφαρμογή τους στην επίλυση προβλημάτων (π.χ. ότι η έκφραση «τα $\frac{2}{5}$ του $\frac{3}{8}$ » αποδίδεται αριθμητικά με τον πολλαπλασιασμό $\frac{23}{58}$, ότι οι αντίστροφοι αριθμοί είναι αυτοί που έχουν γινόμενο τη μονάδα, ότι το άθροισμα και η διαφορά κλασμάτων αναφέρεται στο ίδιο όλο, ότι τα σύνθετα κλάσματα εκφράζουν τη διαίρεση κλασμάτων)
- ✓ Παραστάσεις και προτεραιότητα πράξεων
- ✓ Διαφορετικές αναπαραστάσεις κλασμάτων (ευθεία, γεωμετρικά σχήματα)

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Υπολογίζοντας την αριθμητική παράσταση $\frac{15}{22} \cdot 1 \frac{3}{5}$, το σωστό αποτέλεσμα είναι:

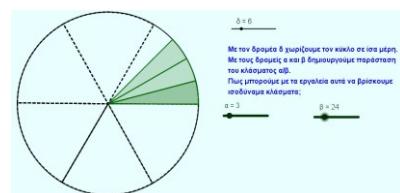
- α) 9,5 β) 10,5 γ) 12 δ) 15 ε) άλλο.

[Σχόλιο: Κάθε άλλη απάντηση από τη σωστή (β) προκύπτει από λανθασμένη χρήση της προτεραιότητας των πράξεων. Έτσι, αυτή η δραστηριότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την αξιολόγηση των δεξιοτήτων των μαθητών και την ανατροφοδότηση της διδασκαλίας, με αναλυτική συζήτηση στην τάξη.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Η κατανόηση της έννοιας των ισοδύναμων κλασμάτων μπορεί να διευκολυνθεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το δόμημα «Ισοδύναμα κλάσματα» του Φωτόδεντρου:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14353>



Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους μαθητές ο εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.

Κεφάλαιο 3° (Να διατεθούν 4 ώρες)

Θα διδαχθούν οι §3.1 και §3.3. Να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- ✓ Ότι οι δεκαδικοί και τα δεκαδικά κλάσματα είναι διαφορετικές αναπαραστάσεις των ίδιων αριθμών
- ✓ Στη διαδικασία σύγκρισης δεκαδικών αριθμών και την τοποθέτησή τους στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.

- ✓ Στον τρόπο με τον οποίο εκφράζεται η προτεραιότητα των πράξεων στον υπολογισμό μιας παράστασης με τον υπολογιστή τσέπης. Ο κύριος στόχος της διδασκαλίας της παραγράφου 3.3 είναι ακριβώς η ανάδειξη της προτεραιότητας των πράξεων.

Σχετικά με τις δυνάμεις, να συζητηθεί το γεγονός ότι μεταξύ δύο δυνάμεων με ίδια βάση, μεγαλύτερη του 1, μεγαλύτερη είναι η δύναμη που έχει το μεγαλύτερο εκθέτη (π.χ. 2, 52 (2, 52)²³ (2, 52)), ενώ συμβαίνει το αντίθετο, αν η βάση είναι μικρότερη του 1 (π.χ. 0, 22 (0, 22)²³ (0, 22)). Να γίνει χρήση του υπολογιστή τσέπης.

Κεφάλαιο 4^ο (Να διατεθούν 4 ώρες)

§4.1 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Η έννοια της εξίσωσης και η εύρεση της λύσης με την αντίθετη – αντίστροφη πράξη έχει συζητηθεί στην ΣΤ' Δημοτικού. Επιπλέον, η επίλυση των εξισώσεων πρώτου βαθμού θα αντιμετωπισθεί αναλυτικά στη Β' Γυμνασίου. Ο ρόλος του κεφαλαίου αυτού στην Α' Γυμνασίου είναι επαναληπτικός, καθόσον οι μαθητές θα χρησιμοποιήσουν απλές εξισώσεις στην αντιμετώπιση προβλημάτων σε επόμενα κεφάλαια.

Πρέπει να δοθεί έμφαση στην παραγωγή αλγεβρικών παραστάσεων που εκφράζουν ένα πρόβλημα ή μια κατάσταση και οδηγούν σε εξισώσεις (όπως η 1η δραστηριότητα και οι ασκήσεις 1, 14 και 15).

Τέτοιες απλές διαδικασίες μοντελοποίησης δίνουν νόημα στην εισαγωγή της άλγεβρας και υποστηρίζουν την ανάπτυξη ικανοτήτων επίλυσης προβλήματος.

Η επίλυση εξίσωσης εδώ γίνεται με χρήση του ορισμού των πράξεων και οι εξισώσεις περιορίζονται σε αυτές που έχουν τον άγνωστο μόνο στο ένα μέλος. Χρειάζεται να συζητηθεί η επίλυση με δοκιμή, γιατί αυτό βοηθά στην κατανόηση της έννοιας της εξίσωσης και της έννοιας της λύσης της (4η δραστηριότητα και ασκήσεις 7, 8). Από την άλλη, δεν προτείνεται να χρησιμοποιηθούν διαδικασίες που θα διδαχτεί ο μαθητής στη Β Γυμνασίου (επίλυση με τις ιδιότητες της ισότητας) και πολύ περισσότερο η απομνημόνευση κανόνων χωρίς νόημα. Για τον ίδιο λόγο δεν προτείνεται η απομνημόνευση των λύσεων (τελευταία παράγραφος του «μαθαίνουμε»). Τέλος, προτείνεται να μην διδαχτούν οι έννοιες της ταυτότητας και της αδύνατης εξίσωσης.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Έχουμε μια "αλυσίδα" αριθμών: 2, 5, 8, 11, 14, ...

α) Βρείτε τον επόμενο όρο. β) Βρείτε τον τρόπο που προκύπτει κάθε όρος από τον προηγούμενό του. Μπορείτε με αυτόν τον τρόπο να βρείτε τον 10ο και τον 100ο όρο; γ) Ποιος όρος είναι ίσος με 332;

[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η αναγνώριση από τους μαθητές της αξίας της αλγεβρικής παράστασης (για να βρεθεί ο 100ος όρος), ακόμα κι αν με αναδρομικούς τρόπους μπορούν να βρεθούν κάποιοι όροι. Επίσης, στόχος είναι η δημιουργία εξίσωσης για τη λύση του προβλήματος του (γ) ερωτήματος. Αν ο εκπαιδευτικός θεωρεί ότι χρειάζεται, μπορεί να επιλέξει πιο εύκολη ακολουθία, πχ την 2, 4, 6, ... ή την 3, 5, 7, ...]

Κεφάλαιο 5^ο (Να διατεθούν 6 ώρες)

Η έννοια του ποσοστού και προβλήματα με ποσοστά έχουν διδαχθεί στο Δημοτικό. Το καινούριο που υπάρχει είναι το πλαίσιο των προβλημάτων (π.χ. προβλήματα με τόκους, Φ.Π.Α.).

§5.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Να δοθεί έμφαση στα ποσοστά ως διαφορετική αναπαράσταση των δεκαδικών και των κλασμάτων, αλλά και να επισημανθεί το γεγονός ότι δεν γράφονται όλα τα κλάσματα με ακρίβεια στη μορφή

ποσοστού (π.χ. ενώ $\frac{3}{4}$ 0, 75 75%, είναι $\frac{1}{3}$ 0, 33... 33,33...%). Να δοθεί προτεραιότητα

σε ασκήσεις μετατροπής ποσοστών σε κλάσματα και δεκαδικούς και αντίστροφα και σε απλά προβλήματα.

§5.2 (Να διατεθούν 3)

Επειδή πολλά από τα προβλήματα που περιέχονται στο σχολικό βιβλίο είναι δύσκολα, για να εμπλακούν με τη λύση τους όλοι οι μαθητές, ο εκπαιδευτικός πρέπει να κάνει μια προσεκτική επιλογή απλών μόνο προβλημάτων τόκου, Φ.Π.Α. και προβλημάτων που αντιμετωπίζει ο καταναλωτής.

Κεφάλαιο 7^ο (Να διατεθούν 29 ώρες)

Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι εξολοκλήρου νέο για τους μαθητές, αν και υπάρχει άτυπη γνώση των αρνητικών αριθμών (θερμοκρασία κτλ.) που μπορεί να αξιοποιηθεί.

§7.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Η αξιοποίηση της άτυπης γνώσης των μαθητών από τους αρνητικούς ακεραίους (θερμοκρασία, υπόγεια κοκ) μπορεί να βοηθήσει σημαντικά στην κατανόηση των σχετικών μαθηματικών εννοιών.

§7.2 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Το γεγονός ότι ο αντίθετος του 2 είναι ο 2 ίσως είναι προφανές για τους μαθητές, αλλά δεν συμβαίνει το ίδιο για τον αντίθετο ενός αριθμού α . Στην κατεύθυνση αυτή ίσως είναι αποτελεσματική η χρήση της ευθείας των αριθμών, όπου ο α μπορεί να τοποθετηθεί τόσο δεξιά από το 0 (αν α θετικός), όσο και αριστερά του (αν α αρνητικός). Έτσι, μπορεί να αναδειχθεί το γεγονός ότι στην έκφραση α το «» δηλώνει τον αντίθετο του α , αλλά όχι το πρόσημο.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα.

x	3,2					
-x		-3	5			
-(-x)				2/3		
x					6	
-x						0,45

[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι η διερεύνηση του ρόλου του «-» ως πρόσημο και ως σύμβολο αντιθέτου. Οι συζητήσεις που θα γίνουν μέσα στην τάξη χρειάζεται να αναδείξουν ότι το «-» στο $-x$ δεν δηλώνει το πρόσημο. Για τη συζήτηση αυτή θα πρέπει να αφιερωθεί αρκετός χρόνος.]

§7.3 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Για την εισαγωγή της πρόσθεσης θετικών και αρνητικών αριθμών, παράλληλα με τη δραστηριότητα του βιβλίου του μαθητή μπορεί να γίνει χρήση και της μετατόπισης πάνω στον άξονα: στο άθροισμα δύο αριθμών, ο πρώτος προσθετέος δείχνει το σημείο εκκίνησης πάνω στο άξονα, ενώ ο δεύτερος δείχνει τη μετακίνηση (το πρόσημό του την κατεύθυνση και η απόλυτη τιμή του την απόσταση). Επίσης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλα μοντέλα, όπως οι θετικοί και αρνητικοί μετρητές (ή κάρτες). Οι θετικοί-αρνητικοί μετρητές όπως και η κίνηση στην αριθμογραμμή μπορούν να χρησιμοποιηθούν και στις τέσσερις πράξεις των ακεραίων. Προτείνεται με τη χρήση των μοντέλων και με συλλογική διαπραγμάτευση μέσα στην τάξη, να διατυπώσουν και να οικειοποιηθούν οι μαθητές τους κανόνες της πρόσθεσης ακεραίων και στη συνέχεια να εξασκηθούν σε πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

Ένα ρομποτάκι κινείται πάνω στην αριθμογραμμή μέσω ενός τηλεχειριστηρίου-αριθμομηχανής. Το $+5$ ερμηνεύεται ως "5 βήματα δεξιά", ενώ το -5 ερμηνεύεται ως "5 βήματα αριστερά".

Αν υποθέσουμε ότι το ρομποτάκι ξεκινάει πάντα από τη θέση που δείχνει ο πρώτος αριθμός, ποια θα είναι η καινούρια του θέση, όταν πληκτρολογήσουμε:

$$\begin{array}{llll} \alpha) (+3)+(+5) & \beta) (-5)+(+3) & \gamma) (+5)+(-3) & \varepsilon) (-4)+(-7) \\ \eta) (-4)+(+7)+(-3) & \theta) (-4)+(-2)+(+6)+(-1) & & \end{array}$$

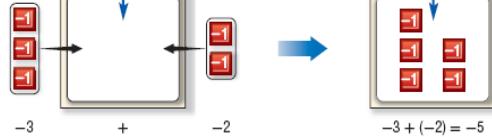
Πώς μπορούμε να οδηγήσουμε το ρομποτάκι από τη θέση 5 στη θέση -2 με δύο κινήσεις; Με τρεις κινήσεις;

[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι η δημιουργία της "εικόνας" της κίνησης στην αριθμογραμμή για την αναπαράσταση της πρόσθεσης. Τέτοιου είδους αναπαραστάσεις βοηθούν στην κατανόηση της πράξης και στη χρήση τους από τους μαθητές και θεωρείται χρήσιμο να αξιοποιούνται πριν από τη χρήση των κανόνων.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Σε ένα παιχνίδι, δύο ομάδες παιδιών απαντούν σε ερωτήσεις. Για κάθε σωστή απάντηση η

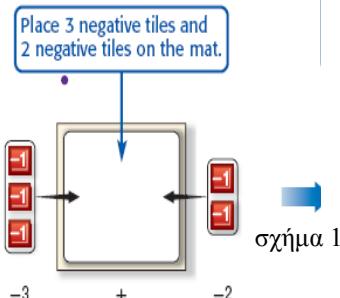
In a set of algebra tiles, **1** represents the integer -1 . You can use algebra tiles to model operations with integers.



Therefore, $-3 + (-2) = -5$.

ACTIVITY 1

The following example shows how to find the sum $-3 + (-2)$ using algebra tiles. Remember that addition means combining. $-3 + (-2)$ tells you to combine a set of 3 negative tiles with a set of 2 negative tiles.

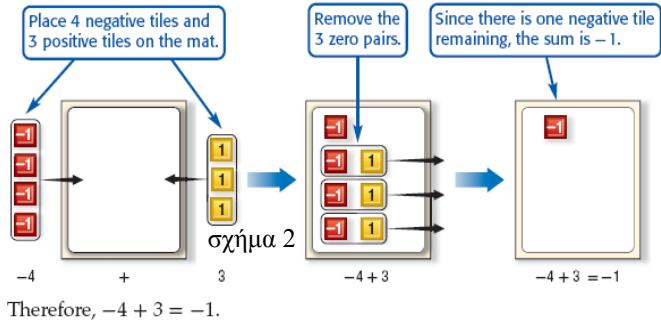


Therefore, $-3 + (-2) = -5$.

There are two important properties to keep in mind when you model operations with integers.

- When one positive tile is paired with one negative tile, the result is called a *zero pair*.
- You can add or remove zero pairs from a mat because removing or adding zero does not change the value of the tiles on the mat.

The following example shows how to find the sum $-4 + 3$.

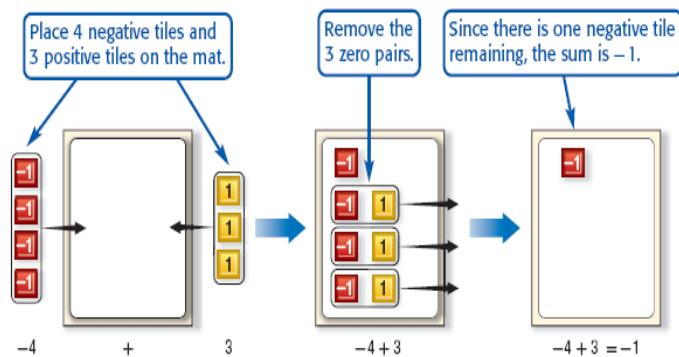


Therefore, $-4 + 3 = -1$.

There are two important properties to keep in mind when you model operations with integers.

- When one positive tile is paired with one negative tile, the result is called a *zero pair*.
- You can add or remove zero pairs from a mat because removing or adding zero does not change the value of the tiles on the mat.

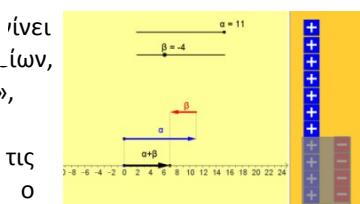
The following example shows how to find the sum $-4 + 3$.



Therefore, $-4 + 3 = -1$.

σημαίνουν οι επόμενες πράξεις
 $+(-3) (+7)+(-4)$
 οσθέσεις, χωρίς κάθε φορά να

:ση ακεραίων και έχει ως στόχο
 των ως αριθμών με άθροισμα
 / καρτών, το οποίο μπορεί να
 ή σε εικονικές αναπαραστάσεις
 α αυτού του μοντέλου είναι η
 ύπαρξη 5 θετικών καρτών και 2
 ν ιδέα των αλληλοανατρούμενων
 δύο πρώτα ερωτήματα της
 με το πλαίσιο του προβλήματος
 σ τέταρτο ερώτημα, καλούν τους
 και κατόπιν να επιχειρήσουν
 αι πιθανό να απατηθεί αρκετή
 ίκευση (ιδιαίτερα στο τέταρτο
 για τις ερωτήσεις.]



όπως με το «Πειράματα με την πρόσθεση ακεραίων αριθμών»,
 στο Φωτόδεντρο: <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14348>

Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις
 δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους μαθητές ο
 εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της
 εφαρμογής.

§7.4 (Να διατεθούν 6 ώρες)

Μια πηγή δυσκολιών για τους μαθητές είναι η τριπλή σημασία του συμβόλου «-»: ως πρόσημο (π.χ.

στον αριθμό 2), ως δηλωτικό του αντίθετου (π.χ. στο 3 β στο α) και ως σύμβολο της αφαίρεσης (π.χ. στο 38). Είναι λοιπόν χρήσιμο να γίνει συζήτηση στην τάξη με στόχο την ανάπτυξη της ικανότητας χρήσης όλων αυτών των σημασιών και την ευχέρεια στην μετάβαση από τη μία σημασία στην άλλη. Επιπλέον, ίσως χρειάζεται να ξαναγίνει συζήτηση για την έννοια του αντίθετου (βλ. την §7.2). Επειδή στην απαλοιφή των παρενθέσεων εμφανίζονται δυσκολίες, καλό

είναι να δοθεί περισσότερος χρόνος για την κατανόησή της από τους μαθητές. Ένας τρόπος να αποδοθεί νόημα στους κανόνες απαλοιφής παρενθέσεων είναι ο υπολογισμός με δύο τρόπους των αποτελεσμάτων (άσκηση 8). Ένας ακόμη τρόπος (ο οποίος είναι ίσως περισσότερο αποδοτικός) είναι η χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας. Αυτό σημαίνει ότι η απαλοιφή παρενθέσεων δεν θα διδαχθεί σε αυτή την παράγραφο αλλά στην επόμενη (βλ. παρακάτω)

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Σε μια παραλλαγή του παιχνιδιού με τις κάρτες, μπορούν από μια ομάδα να αφαιρούνται κάρτες, θετικές ή αρνητικές. Έτσι, για παράδειγμα, όταν αφαιρούνται 5 θετικές κάρτες από 10, μένουν 5, δηλαδή $(+10) - (+5) = +5$.

α) Πως μπορούμε να εκφράσουμε (με πράξη) την κατάσταση μιας ομάδας που είχε 5 αρνητικές κάρτες και της αφαιρέθηκαν 3 αρνητικές; Ποιο είναι τώρα το σκορ της ομάδας;

β) Μια ομάδα έχει σκορ +25. Με ποιους τρόπους μπορεί να αυξήσει το σκορ της σε +28; Με ποιους τρόπους μπορεί να μειωθεί το σκορ της σε +20;

γ) Πώς θα μπορούσαν από μια ομάδα που δεν έχει ούτε θετικές ούτε αρνητικές κάρτες να αφαιρεθούν 5 θετικές κάρτες; 3 αρνητικές;

δ) Χρησιμοποιήστε το παιχνίδι με τις κάρτες για να πείτε τι μπορεί να σημαίνουν οι παρακάτω πράξεις και υπολογίστε τα αποτελέσματά τους:

$$(+3) - (-5) \quad (-2) - (+3) \quad (-5) - (+3) \quad (+7) - (-4) \quad (-7) - (-5)$$

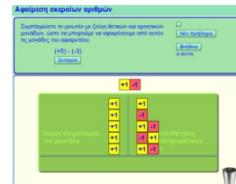
ε) Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την πρόσθεση για να κάνετε τις αφαιρέσεις, χωρίς κάθε φορά να σκέφτεστε τις κάρτες;

[Σχόλιο: Η δραστηριότητα αυτή επεκτείνει το μοντέλο των καρτών στην αφαίρεση, όπου μπορεί να φανεί ιδιαίτερα χρήσιμο για να προκύψει η ιδέα ότι η αφαίρεση ενός αριθμού είναι ισοδύναμη με την πρόσθεση του αντιθέτου του. Για παράδειγμα, για την αφαίρεση $(+3) - (-5)$, δηλαδή για να αφαιρεθούν 5 αρνητικές κάρτες ενώ έχουμε μόνο 3 θετικές, θα πρέπει πρώτα να προστεθούν 5 "ζεύγη του μηδενός" δηλαδή 5 θετικές και 5 αρνητικές κάρτες, ώστε να μπορούν μετά να αφαιρεθούν οι 5 αρνητικές. Έτσι όμως, το αποτέλεσμα είναι $(+3) + (+5)$, αφού έμειναν οι 5 θετικές κάρτες. Αυτή η ιδέα υπάρχει στο (γ) ερώτημα, το οποίο χρειάζεται χρόνο για να συζητηθεί στην τάξη. Δυσκολία έχει και η διερεύνηση πολλαπλών τρόπων αντιμετώπισής του (β) ερωτήματος που θα πρέπει και αυτό να συζητηθεί αρκετά στην τάξη.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Η εισαγωγή στην αφαίρεση ακεραίων αριθμών μπορεί να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Αφαίρεση ακεραίων αριθμών-Το μοντέλο των καρτών», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1917>



§7.5 (Να διατεθούν 5 ώρες)

Για την κατανόηση του πρόσημου του γινομένου δύο ρητών είναι καλό να χρησιμοποιηθεί η εισαγωγική δραστηριότητα του βιβλίου.

Εδώ προτείνεται να διδαχθεί και η απαλοιφή παρενθέσεων, με τη χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας. Αυτό θα επιτρέψει την κατανόηση και αιτιολόγηση των κανόνων. Για παράδειγμα, η

έκφραση $\frac{25}{(2 \ 5)}$ μπορεί να σημαίνει

$$(2 \ 5) \quad 1 \quad 2 \quad 5 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 5 \quad (2) \quad (5) \quad 2 \quad 5$$

και αυτό μπορεί να γενικευθεί και σε παραστάσεις με μεταβλητές, (π.χ. $\alpha\beta \dots$). Βέβαια, θα πρέπει να προηγηθεί μια συζήτηση για να εξηγηθεί ότι ο αντίθετος ενός αριθμού είναι το γινόμενό του με το 1, πράγμα που μπορεί να γίνει μέσω παραδειγμάτων, όπως $1 \quad 2 \quad 2$,

$$1 \quad 5 \quad 5 \text{ κ.ο.κ.}$$

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Υπολογίστε την τιμή της αριθμητικής παράστασης $\frac{21}{52} 10 \ 3 \ (2) \ -(3 \ 7 \ 2)$

καταγράφοντας σε κάθε κίνηση που κάνετε τον ορισμό ή την ιδιότητα που χρησιμοποιείτε.
[Σχόλιο: Το ζητούμενο είναι η ανάπτυξη μιας συζήτησης στην τάξη που θα αναδεικνύει μαθηματικές έννοιες, ιδιότητες και συμβάσεις, και θα βοηθά τους μαθητές να συνειδητοποιούν το "γιατί" και όχι μόνο το "πως" σε αυτό που κάνουν. Παρόμοιοι στόχοι μπορούν να υπηρετούνται και από δραστηριότητες όπου δίνονται κάποια πιθανά αποτελέσματα μιας αριθμητικής παράστασης και ζητείται η ερμηνεία του πως μπορεί να προέκυψαν αυτά και η αναγνώριση των λαθών.]

§7.6 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Η διαίρεση ως πολλαπλασιασμός με τον αντίστροφο του διαιρέτη ανάγεται άμεσα στον πολλαπλασιασμό και έτσι οι κανόνες των προσήμων του πολλαπλασιασμού επεκτείνονται και στη διαίρεση.

§7.7 (Να διατεθεί 2 ώρα)

Σε συνδυασμό με την μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό ή περιοδικό δεκαδικό (που εντοπίζεται στην § 3.1) η αντίστροφη διαδικασία είναι σημαντική για τη συγκρότηση της έννοιας του ρητού αριθμού.

§ 7.8 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Είναι σημαντικό να αφιερωθεί χρόνος στην εξήγηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων μέσα από παραδείγματα. Η απομνημόνευση των κανόνων είναι προτυπότερο να έρθει μέσα από τη χρήση τους και όχι από την αρχή της διδασκαλίας.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί το γινόμενο $3^4 \cdot 3^5$ είναι ίσο με τη δύναμη 3^9 ; Μπορείτε να γράψετε με μορφή μιας δύναμης το γινόμενο $2^3 \cdot 2^5$;

Μπορείτε να γράψετε με μορφή μιας δύναμης το γινόμενο $\alpha^k \cdot \alpha^\lambda$;

Πως θα γράφατε το 5^8 ως γινόμενο δυνάμεων;

[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η διερεύνηση και η αιτιολόγηση (από τους μαθητές) της ιδιότητας . Αντίστοιχες δραστηριότητες μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για τις υπόλοιπες ιδιότητες.]

ΜΕΡΟΣ Β'

Κεφάλαιο 1° (Να διατεθούν 19 διδακτικές ώρες)

Στην εισαγωγή γεωμετρικών έννοιών χρειάζεται να δοθεί έμφαση στο να μπορούν οι μαθητές να τις αναγνωρίζουν, να τις περιγράφουν (άτυπα ή τυπικά) και να τις αναπαριστάνουν. Για το πρώτο κεφάλαιο προτείνεται να δοθεί αρκετός χρόνος στην τάξη, για σχεδιασμό σχημάτων από τους μαθητές και με χρήση χειραπτικών μέσων για συγκρίσεις και κατασκευές (π.χ. διαφανές χαρτί). Στις παραγράφους 1.1-1.4 προτείνεται οι ορισμοί να προσεγγίζονται διαισθητικά από τους μαθητές, χωρίς να ζητείται τυπική διατύπωσή τους. Στις επόμενες παραγράφους, αν διατυπώνονται ορισμοί, αυτό να γίνεται διερευνητικά και 'κατασκευαστικά' από τους μαθητές, αφού πρώτα έχουν αναγνωρίσει τις ιδιότητες των αντίστοιχων γεωμετρικών αντικειμένων-έννοιών. Ενδεικτικά βλέπε την παρακάτω ενδεικτική δραστηριότητα και την ενδεικτική δραστηριότητα 2 της §1.8.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Ο διδάσκων απευθύνει το ερώτημα "τι είναι τετράπλευρο" και χρησιμοποιεί τις απαντήσεις των μαθητών για να τους καθοδηγήσει στη διατύπωση του ορισμού. Στην πολύ πιθανή απάντηση "ένα σχήμα με τέσσερις πλευρές", παρουσιάζει διαδοχικά τα παρακάτω σχήματα και ζητά κάθε φορά από τους μαθητές να εντοπίσουν εκείνο το χαρακτηριστικό που δε συνδέεται με την εικόνα που έχουν για την έννοια "τετράπλευρο".

§1.1 - §1.4 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Οι έννοιες που εισάγονται σε αυτές τις παραγράφους, αν και είναι διαισθητικά γνώριμες στους μαθητές (κάποιες γνωστές κι από το δημοτικό) έχουν δυσκολία στην τυπική περιγραφή τους. Στις επόμενες παραγράφους οι μαθητές θα συναντούν ξανά και ξανά αυτές τις έννοιες. Θα έχουν την ευκαιρία να περάσουν σιγά-σιγά και σε βάθος χρόνου, από την διαισθητική, αντίληψη στην πιο τυπική.

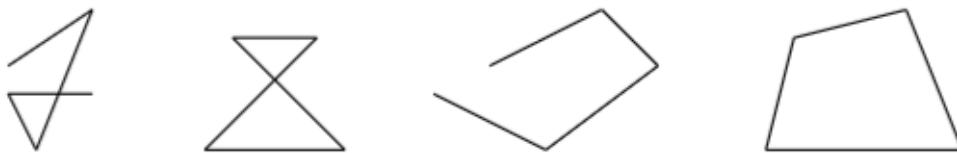
Για αυτούς τους λόγους, σε αυτή τη φάση προτείνεται να γίνει εποπτική προσέγγιση των εννοιών, ώστε οι μαθητές να αρχίζουν να αναγνωρίζουν ευθύγραμμα τμήματα, ευθείες, ημιευθείες, αντικείμενες ημιευθείες και γωνίες. Η ισότητα σχημάτων μπορεί να εισαχθεί με τη χρήση χειραπτικών μέσω (π.χ. διαφανούς χαρτιού), όπως στο παράδειγμα-εφαρμογή της σελίδας 155. Ένα εποπτικό εμπόδιο, που μπορεί να αντιμετωπιστεί σε αυτή τη φάση είναι η δυσκολία των μαθητών να αναγνωρίσουν τα σημεία του διπλανού σχήματος, ως σημεία της κυρτής γωνίας του ίδιου σχήματος.



Η δραστηριότητα 2 της σελίδας 148 προτείνεται να αντικατασταθεί με μία απλούστερη.

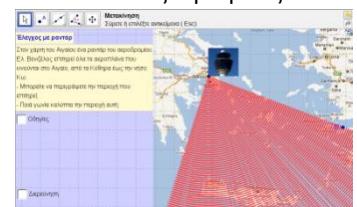
Επίσης προτείνεται να διατεθεί χρόνος για μετρήσεις και απλές συγκρίσεις ευθυγράμμων τμημάτων, όπως στα παραδείγματα της σελίδας 160, ώστε οι μαθητές να κατανοήσουν την έννοια της μέτρησης και της σύγκρισης τμημάτων (με μέτρηση ή διαβήτη).

Η διαφοροποίηση ανάμεσα στο ευθύγραμμο τμήμα και στο μήκος του, η έννοια της μονάδας



μέτρησης (άτυπη, τυποποιημένη), η προσεγγιστική φύση της διαδικασίας της μέτρησης, η χρήση των οργάνων μέτρησης, ο τρόπος μεταβολής του αποτελέσματος της μέτρησης όταν χρησιμοποιούμε πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια μιας αρχικής μονάδας θα κατανοθούν από τους μαθητές μέσα από τη χρήση τους στις επόμενες παραγράφους.

Στην §1.4, προτείνεται να μην ζητηθεί από τους μαθητές να διατυπώσουν τους ορισμούς και τις ιδιότητες μήκους τεθλασμένης γραμμής και ευθύγραμμου τμήματος, αλλά να τις εφαρμόσουν σε συγκεκριμένες δραστηριότητες και ασκήσεις. Να γίνει επιλογή κάποιων ασκήσεων από τις 5, 6, 7, 9, 10 και 11, διότι έχουν παρεμφερές περιεχόμενο. Η άσκηση 8 είναι ιδιαίτερα δύσκολη καθώς απαιτεί παράλληλα ο μαθητής να κάνει συσχετίσεις, να σχεδιάζει, να πειραματίζεται και να αναθεωρεί τις επιλογές του, άρα προτείνεται αν θα γίνει να αντιμετωπιστεί στην τάξη μέσα από συζήτηση.



Ενδεικτική δραστηριότητα:

Η εισαγωγή στην έννοια της γωνίας μπορεί να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Πειράματα για την έννοια της γωνίας», στο Φωτόδεντρο: <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14354>

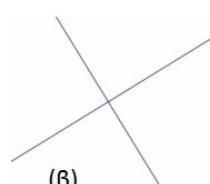
Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους μαθητές ο εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.

§1.5 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές έχουν γνωρίσει τις άλλες έννοιες στο Δημοτικό, εκτός από την έννοια της διχοτόμου γωνίας, όμως αντιμετωπίζουν δυσκολίες σχετικά μ' αυτές. Συγκεκριμένα συγχέουν ποιο ακριβώς είναι το γεωμετρικό αντικείμενο που μετράται (η γωνία) με άλλα και/ή τις μετρήσεις τους, όπως τα μήκη των τμημάτων που είναι οι πλευρές της γωνίας, την επιφάνεια ανάμεσα στις ημιευθείες κ.λ.π. Επίσης ταυτίζουν το γεωμετρικό αντικείμενο (γωνία) με την μέτρησή του (μέτρο της γωνίας).



Προτείνεται η σύγκριση γωνιών να γίνεται και με τη χρήση διαφανούς χαρτιού (παραδείγματα 1, 2 και άσκηση 6) και όχι αποκλειστικά και μόνο



μέσω του μέτρου τους με τη μέτρηση με μοιρογνωμόνιο. Γενικά, διαφορετικά μέσα αναδεικνύουν διαφορετικές πτυχές των εννοιών που διαπραγματεύομαστε. Για παράδειγμα, η εύρεση - κατασκευή της διχοτόμου μιας γωνίας (σελ. 167) με δίπλωση του χαρτιού αναδεικνύει την ισότητα των γωνιών αλλά και την διχοτόμη ως άξονα συμμετρίας, ενώ η κατασκευή με το μοιρογνωμόνιο αναδεικνύει την ισότητα των γωνιών μέσω του μέτρου τους. Επίσης, προτείνεται οι μαθητές να συγκρίνουν γωνίες χρησιμοποιώντας και άτυπες μονάδες μέτρησης γωνιών (μικρότερες γωνίες) και να δοθεί αρκετός χρόνος σε μετρήσεις και κατασκευές γωνιών.

Για τις δυσκολίες των μαθητών σχετικά με την έννοια της μέτρησης, βλέπε <http://ebooks.edu.gr/new/ps.php>, στο 2. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ ΤΑ ΙΣΧΥΟΝΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ/ B. Οδηγοί για τον Εκπαιδευτικό / Επιστημονικό Πεδίο: Μαθηματικά / Σελ 81.

Η δραστηριότητα που προτείνεται στην παράγραφο 1.6, μπορεί να τροποποιηθεί κατάλληλα και να χρησιμοποιηθεί σε αυτή την παράγραφο.

§1.6 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Το περιεχόμενο της ενότητας είναι γνωστό στους μαθητές από το Δημοτικό, εκτός από την μηδενική, την ευθεία, την μη κυρτή και την πλήρη γωνία. Παρόλα αυτά η έννοια της καθετότητας μπορεί να μην έχει κατακτηθεί από πολλούς μαθητές και μια από τις συνηθισμένες δυσκολίες που έχουν είναι η αναγνώριση της καθετότητας σε ευθείες που δεν έχουν τον συνήθη οριζόντιο και κατακόρυφο προσανατολισμό. Κάποιες από τις αιτίες αυτής της δυσκολίας είναι ο τρόπος προσανατολισμού των σχημάτων στα σχολικά βιβλία (π.χ. ορθογώνια ή τετράγωνα με πλευρές παράλληλες προς τις ακμές των σελίδων του βιβλίου), οι παραστάσεις που έχουν από το περιβάλλον γύρω τους (π.χ. οριζόντιος και κατακόρυφος προσανατολισμός των κουφωμάτων των σπιτιών, των παραθύρων κλπ), αλλά και από τον τρόπο προσανατολισμού των σχημάτων στον πίνακα, κατά την διδασκαλία. Το φαινόμενο αυτό δεν περιορίζεται μόνον στην έννοια της καθετότητας αλλά επεκτείνεται και στην αναγνώριση σχημάτων π.χ. δεν αναγνωρίζουν ως τρίγωνο κάποιο «μακρόστενο» στο οποίο μία πλευρά είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις άλλες. Θα πρέπει ο διδάσκων, λαμβάνοντας υπόψη τα προηγούμενα, να εμπλουτίζει την ποικιλία των σχημάτων που χρησιμοποιεί κατά την διάρκεια της διδασκαλίας.

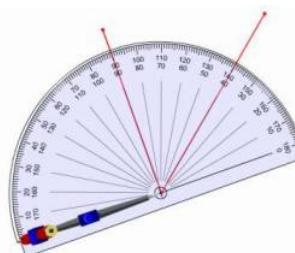
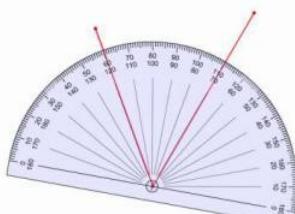
Για παράδειγμα, προτείνεται για την αναγνώριση των κάθετων ευθειών να χρησιμοποιούνται και τα δύο σχήματα (α και β) του διπλανού σχήματος και όχι μόνο το (α).

Κατά την διδασκαλία του παραδείγματος 1 (σελ. 171) η διαπίστωση της καθετότητας να γίνει εκτός από την δίπλωση και με την χρήση γνώμονα.

Προτείνεται ο διδάσκων να κάνει κάποια επιλογή στις ασκήσεις 2, 3, 4, 5, 6, 7 λόγω παρεμφερούς περιεχομένου.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Ο εκπαιδευτικός δίνει στους μαθητές, που είναι χωρισμένοι σε ομάδες, προσχεδιασμένες γωνίες και ζητά από αυτούς να τις χαρακτηρίσουν ως κυρτές – μη κυρτές και αμβλείς, ορθές ή οξείες (στην περίπτωση των μη κυρτών). Στην αρχή οι μαθητές μετρούν τη γωνία με το μοιρογνωμόνιο με τον συνήθη τρόπο. Κατόπιν τους ζητά να βρουν τρόπο ή τρόπους να τις μετρήσουν με το μοιρογνωμόνιο, χωρίς όμως να ακολουθήσουν την τυπική διαδικασία ταύτισης μιας πλευράς της γωνίας με τη διάμετρο του ημικυκλίου του μοιρογνωμονίου, όπως δείχνουν οι εικόνες. Οι μαθητές θα πρέπει να περιγράψουν τις στρατηγικές που ακολούθησαν και να συζητήσουν διάφορα χαρακτηριστικά. Αναμένεται ότι οι μαθητές θα ανακαλύψουν ότι η μέτρηση μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους ανεξάρτητα από την τοποθέτηση του μοιρογνωμονίου, αρκεί το κέντρο του να είναι στην κορυφή της γωνίας και να βρίσκουν τη διαφορά των ενδείξεων της ίδιας κλίμακας. Στη συνέχεια, ο εκπαιδευτικός, με κατάλληλες ερωτήσεις, βοηθά τους μαθητές να κάνουν τη σύνδεση με τη σχέση της επίκεντρης γωνίας και του μέτρου του τόξου στο οποίο βαίνει αυτή, την ανεξαρτησία του μέτρου του τόξου από την ακτίνα των ημικυκλίων των μοιρογνωμονίων και τον χωρισμό των τόξων σε ίσα μέρη από τα εξωτερικά σημάδια - ενδείξεις του μοιρογνωμονίου και αντίστοιχα των γωνιών.



[Σχόλιο: Η παραπάνω δραστηριότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί με κατάλληλες μετατροπές και στην παράγραφο 1.5. Στόχος είναι η χρήση άτυπων μονάδων μέτρησης για τη σύγκριση γωνιών.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Οι μαθητές καταγράφουν και σχεδιάζουν τα διάφορα είδη γωνιών (μηδενική, κυρτή, οξεία, ορθή, αμβλεία, ευθεία, μη κυρτή, πλήρης) και τις ταξινομούν ως προς το μέτρο μεδιάφορους τρόπους.

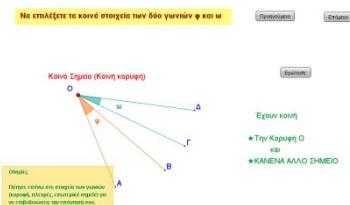
§ 1.7 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Οι έννοιες είναι νέες για τους μαθητές. Να αναφερθεί η έννοια της διαφοράς δύο γωνιών. Να δοθεί προτεραιότητα κατά σειρά στις ασκήσεις 1, 4 (περιπτώσεις 3 και 2) και 3 και να εμπλουτισθούν οι ασκήσεις με ερωτήματα για τον προσδιορισμό της γωνίας η οποία είναι το άθροισμα των ζευγών των εφεξής γωνιών που βρίσκουν οι μαθητές, όπως και ερωτήματα προσδιορισμού της διαφοράς δύο γωνιών. Ο ορισμός των εφεξής γωνιών είναι αρκετά περίπλοκος στη διατύπωσή του. Προτείνεται να αναγνωρίσουν οι μαθητές τις ιδιότητες των εφεξής γωνιών και στη συνέχεια να κατασκευάσουν οι ίδιοι τον ορισμό, διαπιστώντας την αναγκαιότητα της συγκεκριμένης διατύπωσης.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Η εισαγωγή στις έννοιες των εφεξής και διαδοχικών γωνιών μπορεί να γίνει με τη δραστηριότητα της σελίδας 173 του σχολικού βιβλίου και πιο διερευνητικά με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Κοινά στοιχεία γωνιών», στο Φωτόδεντρο:

<http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/2184>



§ 1.8 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Οι έννοιες είναι νέες για τους μαθητές. Προτείνεται κι εδώ οι ορισμοί να έπονται της αναγνώρισης των ιδιοτήτων και να είναι προίον της διερεύνησης των μαθητών. Σε αυτή την κατεύθυνση προτείνεται η 'ενδεικτική δραστηριότητα 2' που ακολουθεί
Να μην διδαχθεί η εφαρμογή 5 της σελίδας 178. Στα παραδείγματα 1 και 2 να διευκρινιστεί ότι δύο γωνίες μπορεί να είναι παραπληρωματικές ή συμπληρωματικές χωρίς να είναι εφεξής.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Για την ισότητα των κατακορυφήν γωνιών μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μικροπείραμα «Κατακορυφήν γωνίες», όπου οι μαθητές μέσα από την εμπλοκή τους με ένα προβληματικό μικρόκοσμο που πρέπει να διορθώσουν, εισάγονται στην έννοια των κατακορυφήν γωνιών και τη σχέση τους. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση εργαλείων συμβολικής έκφρασης μέσω του προγραμματισμού (Χελωνόσφαιρα).

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9521>



Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

1^η φάση (εξερεύνηση ιδιότητας): Ο διδάσκων προτρέπει τους μαθητές να σχεδιάσουν δύο τεμνόμενες ευθείες και να εικάσουν για σχέσεις που υπάρχουν μεταξύ των γωνιών που σχηματίζονται. Οι μαθητές μετρούν προσεγγιστικά με το μοιρογνωμόνιο. Αναμένεται ότι θα εικάσουν ότι υπάρχουν δύο ζεύγη ίσων γωνιών και είναι μάλλον απίθανο ότι θα εικάσουν ζεύγη παραπληρωματικών. Ο διδάσκων θέτει το ερώτημα αν θα δημιουργούνται ζεύγη ίσων γωνιών σε κάθε περίπτωση που τέμνονται δύο ευθείες. Προτείνει να διερευνήσουν την κατάσταση στον υπολογιστή με κάποιο πρόγραμμα δυναμικής γεωμετρίας. Οι μαθητές αναζητούν εξήγηση γιατί αυτά τα ζεύγη γωνιών είναι ίσα και συνεργάζονται για να δημιουργήσουν μια απόδειξη του ότι οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες. Με προτροπή του διδάσκοντα εξερευνούν τη σχέση που έχουν οι εφεξής γωνίες. Αν ανακαλύψουν ότι οι γωνίες είναι παραπληρωματικές. Καταγράφουν όλα τα ζεύγη των παραπληρωματικών γωνιών, συζητούν και δικαιολογούν γιατί είναι παραπληρωματικές.

2^η φάση (Ορισμός): Ο διδάσκων δίνει στους μαθητές ένα φύλλο χαρτί που περιέχει δύο στήλες. Η μία έχει τίτλο «Κατακορυφήν γωνίες» και η άλλη «Γωνίες που δεν είναι

κατακορυφήν». Κάθε στήλη έχει αντιστοίχως παραδείγματα και μη παραδείγματα κατακορυφήν γωνιών (στα μη παραδείγματα πρέπει να έχουν περιληφθεί ζεύγη ίσων γωνιών με ένδειξη του μέτρου των γωνιών). Ζητείται από τους μαθητές να βρουν τα κοινά χαρακτηριστικά των κατακορυφήν γωνιών και να γράψουν έναν ορισμό που θα τις περιγράφει. Οι μαθητές λόγω της προηγούμενης εξερεύνησης θα μπορέσουν να δώσουν έναν ορισμό αρκετά κοντά στον τυπικό ορισμό και θα διακρίνουν την διαφορά ορισμού και ιδιότητας.

[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι οι μαθητές να οδηγηθούν στην διατύπωση του ορισμού, μετά από εξερεύνηση. Έτσι διαπιστώνουν την αναγκαιότητα της χρήσης των συγκεκριμένων λέξεων στον ορισμό.]

§ 1.9 (Να διατεθεί 1 διδακτική ώρα)

Η έννοια της παραλληλίας είναι γνωστή στους μαθητές από το Δημοτικό. Προτείνεται να δοθεί ως άσκηση ο σχεδιασμός ενός παραλληλογράμμου (είναι γνωστή έννοια από το Δημοτικό) με στοιχεία που θα καθορίσει ο διδάσκων.

§ 1.10 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Προτείνεται ο διδάσκων να κάνει κάποια επιλογή στις ασκήσεις 2, 3, 4, 5, 6, 7 λόγω παρεμφερούς περιεχομένου και να δοθεί χρόνος για γεωμετρικές κατασκευές με χρήση των γεωμετρικών οργάνων από τους μαθητές.

§ 1.11 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

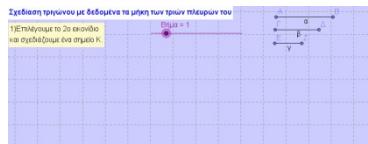
Λόγω εξαίρεσης από την διδακτέα ύλη της επόμενης παραγράφου οι εφαρμογές 2 και 3 της §1.12 θα διδαχθούν σε αυτή την παράγραφο, μαζί με την εφαρμογή της σελ. 189. Ο διδάσκων θα μπορούσε να ζητήσει οι κατασκευές να γίνουν με ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας και με κατάλληλες δραστηριότητες και ερωτήσεις οι μαθητές να διερευνήσουν π.χ. τις συνθήκες κατασκευής ενός τριγώνου, όταν δίνονται τρία ευθύγραμμα τμήματα (εφαρμογή, σελ. 189, δραστηριότητα για το σπίτι, αριθ. 2).

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Μέσω διερευνητικής δραστηριότητας, οι μαθητές μπορούν να κατασκευάσουν κύκλο, που να διέρχεται από τρία δοσμένα σημεία (με χρήση της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος και ορισμού του κύκλου).

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Με το παρακάτω μικροπείραμα του Φωτόδεντρου, μπορεί να γίνει διερευνητικά στην τάξη η εφαρμογή της σελίδας 189).



<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9521>

§ 1.13 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Το περιεχόμενο της ενότητας είναι νέο για τους μαθητές. Προτείνεται να δοθεί χρόνος για κατασκευές και οι μαθητές να ανακαλύψουν και να διατυπώσουν τις αντίστοιχες προτάσεις.

Κεφάλαιο 2^ο (Να διατεθούν 11 διδακτικές ώρες)

Αυτό που επιδιώκεται από τη διδασκαλία των συμμετριών είναι να αποκτήσουν οι μαθητές, μια ευελιξία στον τρόπο της γεωμετρικής τους σκέψης και να τις χρησιμοποιήσουν ως εργαλείο για τη μελέτη και την αιτιολόγηση ιδιοτήτων των γεωμετρικών σχημάτων, όπως των παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από άλλη ευθεία (§2.6), της μεσοκαθέτου (§2.3) και των ιδιοτήτων των ειδών τετραπλεύρου.

Γενικά για την διδασκαλία του κεφαλαίου 2 ενδείκνυται η αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών, παράλληλα με τη χρήση άλλων μέσων (όπως το διαφανές χαρτί, τα γεωμετρικά όργανα, τετραγωνισμένο χαρτί κτλ.) με σκοπό όχι μόνο την κατασκευή συμμετρικών σχημάτων αλλά και την κατανόηση και την αξιοποίηση των ιδιοτήτων της συμμετρίας.

Προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διαισθητική αναγνώριση των ιδιοτήτων των συμμετριών και στις κατασκευές.

Στόχοι είναι:

- ✓ Οι μαθητές να κατασκευάζουν σχήματα συμμετρικά ως προς άξονα και κέντρο.
- ✓ Να αναγνωρίζουν υπάρχουσες συμμετρίες σε δοθέντα σχήματα.
- ✓ Να κατανοήσουν ότι με την κεντρική και την άξονική συμμετρία διατηρούνται τα μήκη, η ισότητα των γωνιών και η ισότητα σχημάτων.
- ✓ Να χρησιμοποιούν τη συμμετρία σε διεργασίες αιτιολόγησης.

§ 2.1 και § 2.2 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

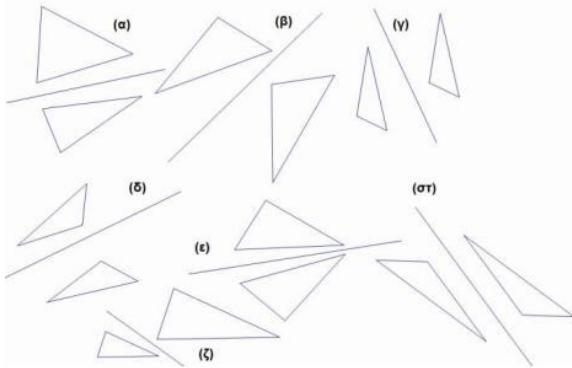
Οι παράγραφοι §2.1 και §2.2 θα διδαχθούν σαν μια ενότητα. Προτείνεται να προηγηθεί η διδασκαλία της §2.2 (άξονας συμμετρίας) και να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.1 (συμμετρία ως προς άξονα) με σκοπό να προηγηθεί το διαισθητικό μέρος της αξονικής συμμετρίας και κατόπιν να ακολουθήσει το κατασκευαστικό και τα συμμετρικά σχήματα.

Επισημαίνεται ότι οι μαθητές δυσκολεύονται σε κατασκευές με την αξονική συμμετρία, καθώς συχνά κάνουν μεταφορά, αντί για ανάκλαση. Γι' αυτό προτείνεται να διατεθεί χρόνος σε κατασκευές, από τους ίδιους.

Να επισημανθεί ότι η ταύτιση των δύο μερών του σχήματος, όταν διπλώνεται κατά μήκος του άξονα συμμετρίας του, σημαίνει ισότητα των δύο μερών. Προτείνεται να δοθούν για ανακάλυψη και αιτιολόγηση οι ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου¹ (δεν θα αναφέρονται σε ύψος, διάμεσο και διχοτόμο του τριγώνου ως προς την βάση, αλλά θα συνάγουν ότι ο άξονας συμμετρίας διχοτομεί την γωνία που είναι απέναντι από την βάση, τέμνει κάθετα την βάση κτλ.), του ισόπλευρου, του ορθογωνίου, του ρόμβου και του τετραγώνου (οι μαθητές τα σχεδιάζουν σε διαφανές χαρτί ή τους δίνονται έτοιμα τα σχήματα και με την χάραξη των αξόνων συμμετρίας και την δίπλωση των σχημάτων κατά μήκος αυτών ανακαλύπτουν και δικαιολογούν τις ιδιότητες τους).

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Οι μαθητές προσπαθούν να προσδιορίσουν ποια από τα σχήματα της εικόνας είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα που είναι σχεδιασμένος και να δικαιολογήσουν την απάντησή τους. Εξηγούν τον τρόπο που σκέφτηκαν και τις στρατηγικές που ακολούθησαν. Για παράδειγμα, μπορεί να απέκλεισαν κάποιες περιπτώσεις και εξηγούν τα κριτήρια αποκλεισμού. Στη συνέχεια ο διδάσκων προτείνει να εξετάσουν μήπως υπάρχει κάποια περίπτωση που να μπορούν τα σχήματα να γίνουν συμμετρικά ως προς άξονα, αλλά ο άξονας δεν είναι σωστά σχεδιασμένος και τους προτρέπει να σχεδιάσουν τον σωστό άξονα.



[Σχόλιο: Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να γίνει σε συνδυασμό με τη δραστηριότητα1 της § 2.3]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Η άσκηση 2 της σελίδας 205 του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει πιο διερευνητικά με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων όπως με το «Αξονική συμμετρία και αλφάβητο», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία: <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2051>

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1 ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2
 Επιλέγετε ένα γράμμα με κλίς στο σφριγό κουτί. Σύρετε το γράμμα στη στοντίνη που έχετε επιλέξει. Το γράμμα θα πάρει την κλίση του γράμματος που έχετε επιλέξει από την κάρτα που θα δοθεί σας.
 α) ως προς τον οριζόντιο άξονα ε₁ και
 β) ως προς το κατεκέριφο άξονα ε₂.
 Επιλέγετε όλα τα γράμματα διαδοχικά.
 Μπορείτε να συμμετέχετε αν έχετε σύντομη συμμετρία στο κάθε γράμμα:
 Βοήθεια Οδηγίες

§ 2.3 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Στόχοι είναι:

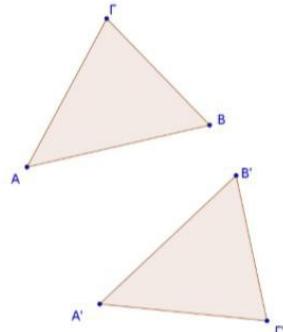
- ✓ Η χρήση της αξονικής συμμετρίας για την αιτιολόγηση της ιδιότητας της μεσοκαθέτου.
- ✓ Η κατασκευή της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τριγώνου με διαφορετικούς τρόπους (υποδεκάμετρου και γνώμονα, κανόνα και διαβήτη, δίπλωση χαρτιού).

Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στις εφαρμογές 1, 2 και 5 και στις ασκήσεις 1, 3, 4, 5, 7 και 9.

¹ Οι έννοιες του ισοσκελούς και του ισόπλευρου τριγώνου τους είναι γνωστές από το Δημοτικό, ομοίως του παραλληλογράμμου, του ορθογωνίου, του ρόμβου και του τετραγώνου.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Ο διδάσκων δίνει στους μαθητές διαφανές χαρτί, πάνω στο οποίο υπάρχουν σχεδιασμένα δύο συμμετρικά, ως προς άξονα, τρίγωνα, χωρίς όμως να είναι σχεδιασμένος ο άξονας συμμετρίας. Οι μαθητές προσπαθούν με δίπλωση του χαρτιού να προσδιορίσουν τον άξονα συμμετρίας τον οποίο και σχεδιάζουν με βάση την γραμμή τσάκισης που θα έχουν κάνει στο χαρτί. Με προτροπή του διδάσκοντα σχεδιάζουν τα τμήματα που έχουν ως άκρα αντίστοιχες κορυφές των τριγώνων και εξετάζουν την σχέση που έχει ο άξονας με αυτά τα τμήματα. Διαπιστώνουν και δικαιολογούν, μέσω της δίπλωσης του χαρτιού ως προς τον άξονα συμμετρίας, ότι αυτός είναι η κοινή μεσοκάθετος των τμημάτων. Συζητούν σε πόσα τμήματα, που ενώνουν αντίστοιχα σημεία, πρέπει να χαράξουν την μεσοκάθετο για τον προσδιορισμό του άξονα συμμετρίας. Προτείνουν τρόπο κατασκευής του άξονα συμμετρίας με κανόνα και διαβήτη τον οποίο και εφαρμόζουν.



[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι η χρήση της αξονικής συμμετρίας για αιτιολόγηση. Με κατάλληλη προσαρμογή, μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο τέλος της διδασκαλίας των § 2.1 και § 2.2.]

Εναλλακτικά:

Τα δυο τρίγωνα είναι συμμετρικά ως προς άξονα. Να προτείνετε έναν γεωμετρικό τρόπο ώστε να σχεδιάσετε τον άξονα συμμετρίας.

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Η άσκηση 8 του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει και με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων όπως με το μικροπείραμα «Κατασκευή του άγνωστου κέντρου ενός κύκλου», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2080>

§ 2.4και § 2.5 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Και αυτές οι παράγραφοι θα διδαχθούν σαν μια ενότητα. Μπορεί να προηγηθεί η διδασκαλία της §2.5 (κέντρο συμμετρίας) και να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.4 (συμμετρία ως προς σημείο) με σκοπό να προηγηθεί το διαισθητικό μέρος της κεντρικής συμμετρίας και κατόπιν να ακολουθήσει το κατασκευαστικό και τα συμμετρικά σχήματα.

Επισημαίνεται ότι οι μαθητές μπορεί να δυσκολεύονται με την στροφή κατά 180° και προτείνεται να δοθούν αρκετές πρακτικές εφαρμογές με χειραπτικά μέσα ως εργασίες στην τάξη (π.χ. στροφή 180° με διαφανές χαρτί).

Προτείνεται να δοθεί για δραστηριότητα η ανακάλυψη και η αιτιολόγηση των ιδιοτήτων του παραλληλογράμμου, με την σχεδίαση δύο ίσων παραλληλογράμμων σε δύο διαφορετικά φύλλα, που το ένα θα είναι διαφανές χαρτί. Ωστόσο αυτό να γίνει μπορεί να γίνει σαν εφαρμογή της συμμετρίας ως προς κέντρο, στις παραγράφους § 3.3 και § 3.4.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Η δραστηριότητα της σελίδας 212 (§2.5) του σχολικού βιβλίο μπορεί να γίνει με τη χρήση του ψηφιακού εργαλείου «Κέντρο συμμετρίας αντικειμένων» που διατίθεται στο Φωτόδεντρο

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2075>

Kέντρο συμμετρίας σχημάτων
 Δραστηριότητα 1 Δραστηριότητα 2
 Σύρετε τον δρόμο α και περιστρέψτε τις συμβένει στο τρία σημεία της τροχιάς, για την ου $\alpha=180^{\circ}$, υπάρχει κατόπιν από τα σημεία που συμπίπτει με τον εαυτό του;
 Ποιο είναι αυτό;



§ 2.6 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

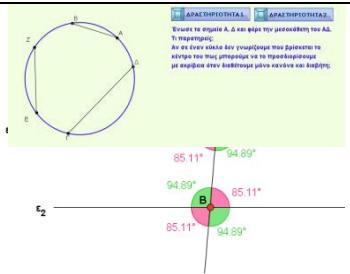
Οι ιδιότητες των γωνιών μπορούν να αιτιολογηθούν με τη χρήση της συμμετρίας ως προς κέντρο.

Κατά την διδασκαλία της ενότητας να διευκρινιστεί ότι δύο γωνίες ορίζονται ως εντός εναλλάξ, εντός και επί τα αυτά κτλ., ανεξάρτητα από το αν οι δύο ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 (τεμνόμενες από μία τρίτη ευθεία), είναι παράλληλες μεταξύ τους ή όχι. Όμως, μόνο όταν οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες, οι παραπάνω γωνίες θα είναι αντιστοίχως ίσες, παραπληρωματικές κτλ.

Προτείνεται να μη δοθεί έμφαση σε ασκήσεις αλγεβρικού υπολογισμού γωνιών.

Ενδεικτική δραστηριότητα: Η εφαρμογή 1 του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει και με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων όπως με το μικροπείραμα «Ισότητα γωνιών μεταξύ παραλλήλων», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2138>



Κεφάλαιο 3^ο (Να διατεθούν 11 διδακτικές ώρες)

§ 3.1 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, διαφορετικά μέσα αναδεικνύουν διαφορετικές πτυχές μιας έννοιας. Ταυτόχρονα, σε κάποιες περιπτώσεις αυτά απαιτούν και διαφορετικό βαθμό συνειδητοποίησης και κατανόησης κάποιων εννοιών, εκ μέρους των μαθητών.

Τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας επιτρέπουν στο χρήστη να δημιουργήσει μία κατασκευή μέσα από μία σειρά ενεργειών που ορίζονται γεωμετρικά (π.χ. κατασκευή ευθείας παράλληλης προς μία άλλη, από σημείο εκτός αυτής). Όταν στο αποτέλεσμα αυτής της κατασκευής, επιλέξουμε κάποιο σημείο και το σύρουμε, με την βοήθεια του ποντικιού, το γεωμετρικό αντικείμενο μεταβάλλεται, ενώ όλες οι γεωμετρικές σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν κατά την κατασκευή διατηρούνται. Έτσι, η κατασκευή βασίζεται και συμπεριφέρεται με βάση τις γεωμετρικές σχέσεις και τις ιδιότητες που απορρέουν απ' αυτές. Αυτή η συμπεριφορά του σχήματος δεν παρουσιάζεται όταν ο μαθητής έχει δημιουργήσει ένα σχήμα βασισμένο σε επιφανειακά χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα, η ανάθεση στους μαθητές να βρουν τρόπο (ή τρόπους) να σχεδιάσουν με ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, ένα ισοσκελές τρίγωνο το οποίο να μπορεί να μεταβάλλεται και να αντέχει στην δοκιμασία του συρσίματος των κορυφών, απαιτεί εκ μέρους τους τη συνειδητοποίηση και την κατανόηση των γεωμετρικών ιδιοτήτων που θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν έτσι ώστε το τρίγωνο να παραμένει ισοσκελές κάτω απ' όλες τις περιστάσεις. Η σχεδίαση ενός ισοσκελούς τριγώνου, βασισμένη στις μετρήσεις των πλευρών, δεν «αντέχει» στην δοκιμασία του συρσίματος, ενώ η κατασκευή ισοσκελούς που βασίζεται π.χ. στην ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου «αντέχει». Ταυτόχρονα η δυναμική μεταβολή της κατασκευής, τους επιτρέπει να διερευνήσουν και να κατανοήσουν (με κατάλληλες δραστηριότητες και ερωτήσεις) άλλες σχέσεις, όπως ότι τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι και ισοσκελή, χωρίς όμως να ισχύει και το αντίστροφο.

Προτείνεται να δοθούν ως δραστηριότητες για το σπίτι, οι κατασκευές ισοσκελούς, ισόπλευρου και σκαληνού τριγώνου, όπως επίσης ορθογωνίου, αμβλυγωνίου και οξυγωνίου με ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, που να «αντέχουν» στην διαδικασία συρσίματος² και με συζήτηση στην τάξη, των προσεγγίσεων των μαθητών, μέσα από κατάλληλες ερωτήσεις, να αναδειχθούν πτυχές των υπό διαπραγμάτευση εννοιών ή να αποτελέσουν την βάση προβληματισμού για την ανάπτυξη της επόμενης ενότητας.

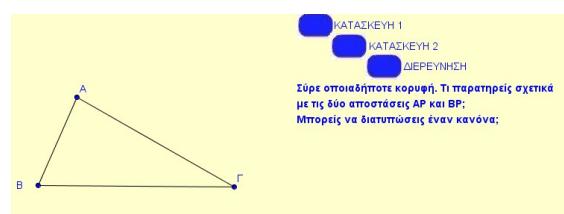
Προτείνεται να γίνουν στην τάξη κατασκευές τριγώνων (ισοσκελούς & ισόπλευρου) από τους μαθητές και κανόνα και διαβήτη, αλλά και λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας (αν υπάρχει η δυνατότητα), ώστε να φανεί ποιες ιδιότητες του κάθε τριγώνου παραμένουν σταθερές όταν αυτό αλλάζει.

Επίσης να δοθεί έμφαση στις κατασκευές κυρίως υψών, αλλά και διχοτόμων-διαμέσων όλων σε οξυγώνιο, αμβλυγώνιο και ορθογώνιο τρίγωνο.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Η άσκηση 4 του σχολικού βιβλίου που αφορά το σημείο τομής των διαμέσων, μπορεί να γίνει πιο διερευνητικά με το μικροπείραμα «Εκεί που τέμνονται οι διάμεσοι» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία.

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/85>



² Απαραίτητη προϋπόθεση για αυτή την δραστηριότητα είναι οι μαθητές να είναι εξοικειωμένοι με κάποιο λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας και να μπορούν να δουνεύουν αυτόνομα σ' αυτό.

21/5510

[Σχόλιο: Η ενδεικτική δραστηριότητα αυτή δίνεται ως παράδειγμα της χρήσης ενός λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας στη διερεύνηση ιδιοτήτων, καθώς αυτές παραμένουν σταθερές όταν το σχήμα αλλάζει.]

§ 3.2 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές γνωρίζουν από το Δημοτικό ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180° , ενώ τις ιδιότητες του ισοσκελούς και του ισοπλεύρου μπορεί να τις έχουν διαπραγματευτεί σε προηγούμενες ενότητες, όπως έχει προταθεί. Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στα παραδείγματα – εφαρμογές και στις ασκήσεις 1, 4, 5, 6, 7, 8 και 9. Η άσκηση 10 είναι πολύ δύσκολη γι' αυτή την ηλικία και αν αντιμετωπιστεί να μη γίνει με τη βοήθεια του αλγεβρικού λογισμού. Να μη δοθεί έμφαση μόνο σε υπολογιστικές ασκήσεις γωνιών τριγώνου.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου χρησιμοποιείται ως βασικό αποτέλεσμα για τον προσδιορισμό μιας σχέσης ανάμεσα στο άθροισμα των γωνιών και το πλήθος των πλευρών ενός τυχαίου πολυγώνου. Οι μαθητές κατασκευάζουν πολύγωνα με 4, 5, 6, 7 και 8 πλευρές, τα χωρίζουν σε τρίγωνα με διαγώνες που άγονται από μία κορυφή και καταγράφουν σε πίνακα το είδος του πολυγώνου, το πλήθος των τριγώνων στα οποία χωρίζεται και το άθροισμα των γωνιών του. Από τα στοιχεία του πίνακα συνάγουν με επαγγελματικό τρόπο τη ζητούμενη γενική σχέση.

[Σχόλιο: Στόχος αυτής της δραστηριότητας είναι να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές το άθροισμα γωνιών τριγώνου σε περαιτέρω υπολογισμούς]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Η αισθητοποίηση της έννοιας του αθροίσματος γωνιών τριγώνου, προτείνεται να γίνει με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Πειράματα με το άθροισμα γωνιών τριγώνου», στο Φωτόδεντρο:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14350>.

Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους μαθητές ο εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.



§ 3.3 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

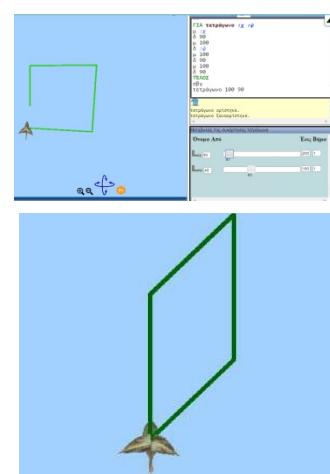
Οι μαθητές κατανοούν ότι τα παραλληλόγραμμα και τα τραπέζια είναι τετράπλευρα με συγκεκριμένες ιδιότητες. Προτείνεται να δοθούν κατάλληλες δραστηριότητες κατασκευής παραλληλογράμμου, ορθογωνίου κτλ. με λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, με βάση αυτά που αναφέρθηκαν στην §3.1 με χρήση χειροπικών και ψηφιακών μέσων και σχεδιασμού των υψών τους.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Με το μικροπείραμα στη 'Χελωνόσφαιρα' «Μια διαδικασία που κατασκευάζει πάντοτε τετράγωνα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές μπορούν να πειραματιστούν με την κατασκευή τετραγώνου, χρησιμοποιώντας τον ορισμό του.

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9534>

[Σχόλιο: Στόχος είναι ο ορισμός να αποκτήσει 'νόημα για τους μαθητές' μέσω της χρήσης του σε κατασκευές. Παρόμοια μικροπειράματα μπορούν να γίνουν και με άλλα παραλληλόγραμμα.]



Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Με το μικροπείραμα στη 'Χελωνόσφαιρα' «Είδη παραλληλογράμμου και οι σχέσεις εγκλεισμού τους» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές μπορούν να διερευνήσουν τις σχέσεις εγκλεισμού των ειδών τετραπλεύρου.

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9586>

§ 3.4 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Το περιεχόμενο της ενότητας είναι νέο για τους μαθητές.

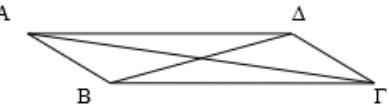
Προτείνεται η αιτιολόγηση των ιδιοτήτων να γίνει με χρήση των συμμετριών και οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων σε κατασκευές.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Να κατασκευάσετε με χρήση του χάρακα, του μοιρογνωμονίου και του διαβήτη (ή με χρήση λογισμικού) ένα παραλληλόγραμμο του οποίου οι πλευρές έχουν μήκη 5,1cm και 3,2cm και σχηματίζουν γωνία 52° .

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Να περιγράψετε τον τρόπο που κατασκευάστηκε με χρήση του χάρακα και του μοιρογνωμονίου (ή με χρήση λογισμικού) το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ στο οποίο οι διαγώνιες έχουν μήκη $ΑΓ = 6cm$, $ΒΔ = 3,5cm$ και σχηματίζουν γωνία 66° .

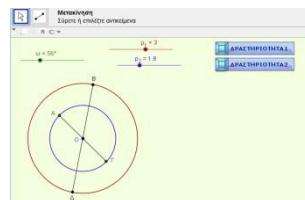


[Σχόλιο: Στόχος των δύο παραπάνω δραστηριοτήτων είναι η εμβάθυνση στην έννοια της γεωμετρικής κατασκευής. Οι μαθητές α) δημιουργούν ένα γεωμετρικό σχήμα που έχει δεδομένες ιδιότητες και β) περιγράφουν τα βήματα της κατασκευής ενός δεδομένου γεωμετρικού σχήματος.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 3:

Για τη χρήση των ιδιοτήτων των παραλληλογράμμων μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μικροπείραμα «Κατασκευή παραλληλογράμμων με ομόκεντρους κύκλους» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1911>



Σημείωση: Μπορείτε να κατεβάσετε τις ψηφιακές δραστηριότητες και να τις ανοίξετε τοπικά με το αντίστοιχο λογισμικό. Αν δεν έχετε εγκατεστημένο το λογισμικό, τότε αν πρόκειται για αρχείο με κατάληξη .ggb κατεβάστε και εγκαταστήστε το Geogebra από τη διεύθυνση <https://www.geogebra.org/download> ή διαφορετικά ψάξτε για το αντίστοιχο λογισμικό στη διεύθυνση <http://photodentro.edu.gr/edusoft/>.

Για να δείτε την προεπισκόπηση των ψηφιακών δραστηριοτήτων σε απευθείας σύνδεση (online), προτιμήστε τον φυλλομετρητή MozillaFirefox.

Αν η εφαρμογή είναι σε flash θα πρέπει να εγκαταστήσετε το πρόσθετο Adobeflashplayer από τη διεύθυνση <https://get.adobe.com/flashplayer/>.

Αν η εφαρμογή χρησιμοποιεί τη Java (π.χ. Geogebra), τότε εγκαταστήστε την από τη διεύθυνση <http://java.com/en/>. Αν συνεχίζετε να έχετε πρόβλημα στην προεπισκόπηση, τότε προσθέστε τις διευθύνσεις <http://photodentro.edu.gr> και <http://digitalschool.minedu.gov.gr> στο exceptionsitelist στην καρτέλα security της Java (ανοίξτε το ControlPanel, τη Java, στην καρτέλα security πατήστε Editsitelist και προσθέστε τις δύο διευθύνσεις, κλείστε το browser και ξανανοίξτε τον).